

國立新竹高中 104 學年度第二學期「竹籤算籌數學有獎徵答」題目

高二組 第二次

1. 投稿期限：105 年 05 月 16 日(一)上午 7 時半至 105 年 06 月 03 日(五)下午 5 時
2. 解答請寫在答案稿紙上，需標明「題號」且詳列過程(不限定數學工具或方法，無過程者不予評閱)，並務必註明「交件時間」、「班級」、「座號」、「姓名」。
3. 答案稿紙可至教務處或數學科辦公室索取，一張答案稿紙只能寫一個題目的解答，投稿不同題，請分別寫在不同的答案稿紙，否則不予評閱。
4. 答案稿紙上須註明投稿時間，投稿前須請數學科任一教師在投稿時間上簽證，否則視為隔日上午 7 時半繳交。
5. 每題可分次投稿，唯以最末次投稿時間為準；同一題若重複投稿，評閱與投稿時間均以最後投稿為準。
6. 稿件寫完請投入數學科辦公室的有獎徵答收稿信箱。

第一題：

坐標空間中，設  $O$  為原點，點  $A(4, -2, -1)$  為平面  $E: x - 2y + 2z = 6$  上一點。在平面  $E$  上，以  $A$  為圓心，1 為半徑的圓令為圓  $C$ ，若點  $P$  在圓  $C$  上移動，試求  $\overline{OP}$  的最小值。

第二題：

設  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$ ， $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，若方陣  $A$  滿足  $A(A - I) = A - I$ ，試求：

- (1) 實數  $a$ 、 $b$
- (2)  $A^n$  (以  $n$  表示)

第三題：

正四面體  $A-OBC$  與四面體  $D-OBC$  共有  $\triangle OBC$ ，如圖所

示，點  $G$  為  $\triangle OBC$  的重心，若  $\overrightarrow{CD} = -3\overrightarrow{OA} + \frac{4}{3}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$ ，

試證： $\overrightarrow{CD}$  與  $\overrightarrow{OB}$  垂直。

