

高一組 第二次

班級：117 座號：2 姓名：王景平

交件時間：104 年 12 月 17 日 上午 10 時 14 分 (簽證教師：李俊中)

第一題：

第 1 頁，共 1 頁

$$\text{設 } f(x) = (x+1)P(x) - x$$

$$\text{則 } f(0) = f(1) = f(2) = \dots = f(n) = 0 \quad (\text{題意})$$

$$\therefore \text{令 } f(x) = k(x-0)(x-1)(x-2)\dots(x-n)$$

又當 $x = -1$ 代入時

$$\begin{aligned} f(-1) &= 0 - (-1) = 1 \\ &= k \cdot (-1)(-2)(-3)\dots(-n-1) \end{aligned}$$

當 $x = n+1$ 代入時

$$\begin{aligned} f(n+1) &= k(n+1)(n)(n-1)\dots(-1) \\ &= (-1)^{n+1} \cdot f(-1) \\ &= (-1)^{n+1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{則 } f(n+1) &= (n+1+1)P(n+1) - (n+1) \\ &= (-1)^{n+1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow P(n+1) &= \frac{n+1 + (-1)^{n+1}}{n+2} \\ &= \frac{n+1 - (-1)^n}{n+2} \quad * \end{aligned}$$

$$\text{Ans: } P(n+1) = \frac{n+1 - (-1)^n}{n+2}$$

1. 一張答案稿紙只能寫一個题目的解答，投稿不同題，請分別寫在不同的答案稿紙，否則不予評閱。
2. 同一題如不敷書寫，勿書寫於背面，請寫在不同的答案稿紙，並標明頁數與總頁數，按頁數排序後用訂書機裝訂於左上角。
3. 答案稿紙上須註明投稿時間，投稿前須請數學科任一教師在投稿時間上簽證，否則視為隔日上午7時半繳交。
4. 每題可分次投稿，唯以最末次投稿時間為準；同一題若重複投稿，評閱與投稿時間均以最後投稿為準。
5. 稿件寫完請投入數學科辦公室的有獎徵答收稿信箱。

高一組 第二次

班級：117

座號：2

姓名：王景平

交件時間：104 年 12 月 17 日 上午 10 時 14 分 (簽證教師：李俊坤)

第二題：

第 1 頁，共 1 頁

$$\because f(a) = f(b) = f(c) = f(d) = 2$$

$$\therefore \text{設 } g(x) = f(x) - 2 = (x-a)(x-b)(x-c)(x-d)q(x)$$

又 $\because f(x)$ 為整係數多項式
 $\therefore g(x)$ 亦為整係數多項式

$$g(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0' \quad (\text{其中 } a_0' = a_0 - 2)$$

$$= a_n x^{n-1} (x-a) + (a_{n-1} - a \cdot a_n) x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0' \quad (\text{其中 } a_n x^{n-1} \in \mathbb{Z})$$

$$\because (x-a) \mid g(x)$$

$$\therefore (x-a) \mid [(a_{n-1} - a \cdot a_n) x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0']$$

依此操作可得 $(x-b)(x-c)(x-d)q(x)$ 為整係數多項式

同理可得 $q(x)$ 亦為整係數多項式

依題意， $f(x) = 13$

則 $g(x) = 13 - 2 = 11$

令 $f(x) = 13$ 有一解 n ($n \in \mathbb{Z}$)

$(n-a) \cdot (n-b) \cdot (n-c) \cdot (n-d)$ 為相異整數

且 $q(n) \in \mathbb{Z}$

$$11 = 1 \times (-1) \times (-11)$$

11 最多只可分為三個相異整數乘積

無法滿足題意

故 $f(x) = 13$ 無整數根

+10

1. 一張答案稿紙只能寫一個题目的解答，投稿不同題，請分別寫在不同的答案稿紙，否則不予評閱。
2. 同一題如不敷書寫，勿書寫於背面，請寫在不同的答案稿紙，並標明頁數與總頁數，按頁數排序後用訂書機裝訂於左上角。
3. 答案稿紙上須註明投稿時間，投稿前須請數學科任一教師在投稿時間上簽證，否則視為隔日上午7時半繳交。
4. 每題可分次投稿，唯以最末次投稿時間為準；同一題若重複投稿，評閱與投稿時間均以最後投稿為準。
5. 稿件寫完請投入數學科辦公室的有獎徵答收稿信箱。

高一組 第二次 班級：117 座號：2 姓名：王景平

交件時間：104 年 12 月 17 日 下午 10 時 14 分 (簽證教師：李怡坤)

第三題： 第 1 頁，共 1 頁

n	a_n
1	1
2	5
3	4
4	0
5	5
6	1
7	0
8	4
9	5
10	5
11	6
12	0
13	9
14	5
15	0
16	6
17	5
18	9
19	0
20	0
21	1
22	5
23	4
24	0

每 20 次 - 循環

$\therefore a_n$ 每 20 次循環一次

$\therefore 0.a_1a_2a_3 \dots a_n \dots$

為循環小數

$\Rightarrow 0.a_1a_2a_3 \dots a_n \dots \in \mathbb{Q}^*$

1. 一張答案稿紙只能寫一個題目的解答，投稿不同題，請分別寫在不同的答案稿紙，否則不予評閱。
2. 同一題如不敷書寫，勿書寫於背面，請寫在不同的答案稿紙，並標明頁數與總頁數，按頁數排序後用訂書機裝訂於左上角。
3. 答案稿紙上須註明投稿時間，投稿前須請數學科任一教師在投稿時間上簽證，否則視為隔日上午7時半繳交。
4. 每題可分次投稿，唯以最末次投稿時間為準；同一題若重複投稿，評閱與投稿時間均以最後投稿為準。
5. 稿件寫完請投入數學科辦公室的有獎徵答收稿信箱。