

30

高一組 第 1 次

班級：117 座號：2 姓名：王景平

交件時間：104 年 10 月 28 日 下午 16 時 55 分 (簽證教師：吳)

第一題：

第 1 頁，共 1 頁

$$\begin{aligned} \because a+b+c=0 \text{ 且 } abc > 0 \\ \therefore a, b, c \text{ 中必含兩個負數, 一個正數} \\ \Rightarrow X = \frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{c}{|c|} = 1 - 1 - 1 = -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{設 } k = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \\ \text{則 } Y = a(k - \frac{1}{a}) + b(k - \frac{1}{b}) + c(k - \frac{1}{c}) \\ = (a+b+c)k - 1 - 1 - 1 \\ = 0 - 3 = -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{所求} &= (-1)^{2015} + 104 \times (-1) \times (-3) + (-3)^3 \\ &= -1 + 312 - 27 \\ &= 284 \end{aligned}$$

✓ (10)

Ans: 284

1. 一張答案稿紙只能寫一個题目的解答，投稿不同題，請分別寫在不同的答案稿紙，否則不予評閱。
2. 同一題如不敷書寫，勿書寫於背面，請寫在不同的答案稿紙，並標明頁數與總頁數，按頁數排序後用訂書機裝訂於左上角。
3. 答案稿紙上須註明投稿時間，投稿前須請數學科任一教師在投稿時間上簽證，否則視為隔日上午7時半繳交。
4. 每題可分次投稿，唯以最末次投稿時間為準；同一題若重複投稿，評閱與投稿時間均以最後投稿為準。
5. 稿件寫完請投入數學科辦公室的有獎徵答收稿信箱。

高一組 第 1 次 班級：117 座號：2 姓名：王景平

交件時間：___年___月___日___午___時___分 (簽證教師：_____)

第二題：

第 1 頁，共 1 頁

$$\text{設 } A = x + y + z \Rightarrow A > 0$$

$$\begin{aligned} \text{則 } \frac{11}{6}z < x + y < 2z & \Rightarrow \frac{3}{2}x < y + z < \frac{5}{3}x & \Rightarrow \frac{5}{2}y < x + z < \frac{11}{4}y \\ \Rightarrow \frac{11}{6} < \frac{A-z}{z} < 2 & \Rightarrow \frac{3}{2} < \frac{A-x}{x} < \frac{5}{3} & \Rightarrow \frac{5}{2} < \frac{A-y}{y} < \frac{11}{4} \\ \Rightarrow \frac{11}{6} < \frac{A}{z} - 1 < 2 & \Rightarrow \frac{3}{2} < \frac{A}{x} - 1 < \frac{5}{3} & \Rightarrow \frac{5}{2} < \frac{A}{y} - 1 < \frac{11}{4} \\ \Rightarrow \frac{17}{6} < \frac{A}{z} < 3 & \Rightarrow \frac{5}{2} < \frac{A}{x} < \frac{8}{3} & \Rightarrow \frac{7}{2} < \frac{A}{y} < \frac{15}{4} \\ \Rightarrow \frac{1}{3} < \frac{z}{A} < \frac{6}{17} & \Rightarrow \frac{3}{8} < \frac{x}{A} < \frac{2}{5} & \Rightarrow \frac{4}{15} < \frac{y}{A} < \frac{2}{7} \\ \Rightarrow \frac{1}{3}A < z < \frac{6}{17}A & \Rightarrow \frac{3}{8}A < x < \frac{2}{5}A & \Rightarrow \frac{4}{15}A < y < \frac{2}{7}A \end{aligned}$$

$$\because A > 0$$

$$\therefore \frac{4}{15}A < \frac{2}{7}A < \frac{1}{3}A < \frac{6}{17}A < \frac{3}{8}A < \frac{2}{5}A$$

$$\Rightarrow y < z < x$$

✓ (10)

$$\text{Ans: } y < z < x$$

1. 一張答案稿紙只能寫一個题目的解答，投稿不同題，請分別寫在不同的答案稿紙，否則不予評閱。
2. 同一題如不敷書寫，勿書寫於背面，請寫在不同的答案稿紙，並標明頁數與總頁數，按頁數排序後用訂書機裝訂於左上角。
3. 答案稿紙上須註明投稿時間，投稿前須請數學科任一教師在投稿時間上簽證，否則視為隔日上午7時半繳交。
4. 每題可分次投稿，唯以最末次投稿時間為準；同一題若重複投稿，評閱與投稿時間均以最後投稿為準。
5. 稿件寫完請投入數學科辦公室的有獎徵答收稿信箱。

高 一 組 第 1 次 班級：117 座號：2 姓名：王景平

交件時間：____年____月____日____午____時____分 (簽證教師：____)

第 三 題： 第 1 頁，共 1 頁

(1) 設 $g(x) = x^3$ \ominus
 則 $g(a) = f(a), g(b) = f(b), g(c) = f(c), g(d) = f(d)$
 $\Rightarrow g(x) = f(x) = x^3$ \checkmark

(2) 由題意 $f(x)$ 的 x^3 係數為 \bigcirc

$$\frac{1 \times a^3}{(a-b)(a-c)(a-d)} + \frac{1 \times b^3}{(b-a)(b-c)(b-d)} + \frac{1 \times c^3}{(c-a)(c-b)(c-d)} + \frac{1 \times d^3}{(d-a)(d-b)(d-c)}$$

(3) 令所求 = y

$$y = \left[\frac{a^3}{(a-b)(a-c)(a-d)} + \frac{b^3}{(b-a)(b-c)(b-d)} + \frac{c^3}{(c-a)(c-b)(c-d)} + \frac{d^3}{(d-a)(d-b)(d-c)} \right] (a+b+c+d)$$

$$= y + \frac{a^3(b+c+d)}{(a-b)(a-c)(a-d)} + \frac{b^3(a+c+d)}{(b-a)(b-c)(b-d)} + \frac{c^3(a+b+d)}{(c-a)(c-b)(c-d)} + \frac{d^3(a+b+c)}{(d-a)(d-b)(d-c)} = 1 \times 3 = 3$$

$$f(1) = \frac{1 - (b+c+d) + (bc+bd+cd) - bcd}{(a-b)(a-c)(a-d)} a^3 + \frac{1 - (a+c+d) + (ac+ad+cd) - acd}{(b-a)(b-c)(b-d)} b^3 + \dots + \frac{1 - (a+b+c) + (ab+ac+bc) - abc}{(d-a)(d-b)(d-c)} d^3$$

$$f(-1) = \frac{-1 - (b+c+d) - (bc+bd+cd) - bcd}{(a-b)(a-c)(a-d)} a^3 + \frac{-1 - (a+c+d) - (ac+ad+cd) - acd}{(b-a)(b-c)(b-d)} b^3 + \dots + \frac{-1 - (a+b+c) - (ab+ac+bc) - abc}{(d-a)(d-b)(d-c)} d^3$$

$$f(0) = \frac{-bcd}{(a-b)(a-c)(a-d)} a^3 + \frac{-acd}{(b-a)(b-c)(b-d)} b^3 + \frac{-abd}{(c-a)(c-b)(c-d)} c^3 + \frac{-abc}{(d-a)(d-b)(d-c)} d^3$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2} [f(1) + f(-1)] + f(0) = \frac{a^3(b+c+d)}{(a-b)(a-c)(a-d)} + \frac{b^3(a+c+d)}{(b-a)(b-c)(b-d)} + \frac{c^3(a+b+d)}{(c-a)(c-b)(c-d)} + \frac{d^3(a+b+c)}{(d-a)(d-b)(d-c)}$$

$$= -\frac{1}{2} [1^3 + (-1)^3] + 0^3 = 0$$

$$\Rightarrow y + 0 = 3 \Rightarrow y = 3 \quad \text{Ans: } \textcircled{1} f(x) = x^3 \quad \textcircled{2} 1 \quad \textcircled{3} 3$$

1. 一張答案稿紙只能寫一個题目的解答，投稿不同題，請分別寫在不同的答案稿紙，否則不予評閱。
2. 同一題如不數書寫，勿書寫於背面，請寫在不同的答案稿紙，並標明頁數與總頁數，按頁數排序後用訂書機裝訂於左上角。
3. 答案稿紙上須註明投稿時間，投稿前須請數學科任一位教師在投稿時間上簽證，否則視為隔日上午7時半繳交。
4. 每題可分次投稿，唯以最末次投稿時間為準；同一題若重複投稿，評閱與投稿時間均以最後投稿為準。
5. 稿件寫完請投入數學科辦公室的有獎徵答收稿信箱。