

高 二 組 第 二 次

班級：217

座號：29

姓名：鄭宇軒

交件時間：104 年 12 月 10 日 上午 8 時 4 分 (簽證教師：江青山)

第二題：

第 1 頁，共 3 頁

(1) 柯西不等式： $|\vec{u} \cdot \vec{v}| \leq |\vec{u}| |\vec{v}|$

設 $\vec{u} = (a, b)$ $\vec{v} = (\sin\theta, \cos\theta)$

+2 則 $|a\sin\theta + b\cos\theta| \leq \sqrt{a^2 + b^2} \sqrt{\sin^2\theta + \cos^2\theta} = \sqrt{a^2 + b^2}$

$\Rightarrow \sqrt{a^2 + b^2} \geq |a\sin\theta + b\cos\theta| \Rightarrow |a\sin\theta + b\cos\theta| \leq \sqrt{a^2 + b^2}$ #

$\Rightarrow \left[\sqrt{\frac{8}{\sin\theta}} + \sqrt{\frac{27}{\cos\theta}} \right] \left[\sqrt{(2\sin\theta)^2} + \sqrt{(3\cos\theta)^2} \right] \geq (4+9)^2$ (∵ 柯西不等式)

$\Rightarrow \left(\frac{8}{\sin\theta} + \frac{27}{\cos\theta} \right) (2\sin\theta + 3\cos\theta) \geq 169$ ①

$|2\sin\theta + 3\cos\theta| \leq \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$ (∵ $|a\sin\theta + b\cos\theta| \leq \sqrt{a^2 + b^2}$)

+4 又 $|2\sin\theta + 3\cos\theta| = 2\sin\theta + 3\cos\theta$ (θ 為銳角)

$\Rightarrow 2\sin\theta + 3\cos\theta \leq \sqrt{13}$ ②

由 ①, ② 式可知在 $2\sin\theta + 3\cos\theta = \sqrt{13}$ 時

$\frac{8}{\sin\theta} + \frac{27}{\cos\theta}$ 有最小值 $\frac{169}{\sqrt{13}} = 13\sqrt{13}$ #

等號成立?

1. 一張答案稿紙只能寫一個题目的解答，投稿不同題，請分別寫在不同的答案稿紙，否則不予評閱。
2. 同一題如不敷書寫，勿書寫於背面，請寫在不同的答案稿紙，並標明頁數與總頁數，按頁數排序後用訂書機裝訂於左上角。
3. 答案稿紙上須註明投稿時間，投稿前須請數學科任一教師在投稿時間上簽證，否則視為隔日上午7時半繳交。
4. 每題可分次投稿，唯以最末次投稿時間為準；同一題若重複投稿，評閱與投稿時間均以最後投稿為準。
5. 稿件寫完請投入數學科辦公室的有獎徵答收稿信箱。

高2組 第2次

班級：217

座號：29

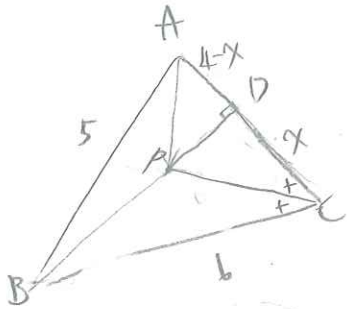
姓名：鄭宇軒

交件時間：104年12月10日上午 8 時 4 分 (簽證教師：江青山)

第二題：

第2頁，共3頁

設點 D 使 $\overline{BD} \perp \overline{AC}$ 且 D 在 \overline{AC} 上



設 $\overline{DC} = x$ $\overline{AD} = 4-x$

$$5^2 - (4-x)^2 = 6^2 - x^2$$

$$25 - x^2 + 8x - 16 = 36 - x^2$$

$$8x = 27 \quad x = \frac{27}{8}$$

$$\overline{AP} = \overline{AC} + \overline{CP}$$

$$= \overline{AC} - \frac{9}{10}\overline{AC} + \frac{9}{25}\overline{AB}$$

$$= \frac{1}{10}\overline{AC} + \frac{9}{25}\overline{AB} = \frac{9}{25}\overline{AB} + \frac{1}{10}\overline{AC}$$

$$x = \frac{9}{25} \quad y = \frac{1}{10} \quad \#$$

$\therefore \overline{PC}$ 平分 $\angle BCD$

$$\therefore \overline{BP} : \overline{PD} = \overline{BC} : \overline{DC} = 6 : \frac{27}{8}$$

$$= 16 : 9$$

在 $\triangle BCD$ 中 $\overline{CP} = \frac{9}{25}\overline{CB} + \frac{16}{25}\overline{CD}$

$$= \frac{9}{25}(\overline{CA} + \overline{AB}) + \frac{16}{25}(-\frac{27}{32}\overline{AC})$$

$$= -\frac{9}{25}\overline{AC} + \frac{9}{25}\overline{AB} - \frac{27}{50}\overline{AC}$$

$$= -\frac{45}{50}\overline{AC} + \frac{9}{25}\overline{AB} = -\frac{9}{10}\overline{AC} + \frac{9}{25}\overline{AB}$$

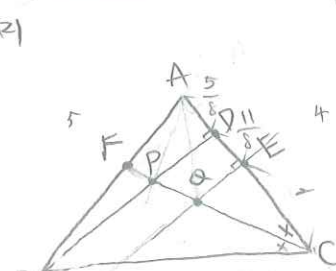
$$\therefore \overline{AF} : \overline{AB} = 2 : 5$$

$$\therefore \triangle AFC : \triangle ABC = 2 : 5 \quad \textcircled{1}$$

$$\text{又} \because \overline{PQ} : \overline{FC} = 11 : 30$$

$$\therefore \triangle APQ : \triangle AFC = 11 : 30 \quad \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \textcircled{2} \Rightarrow \frac{\triangle APQ}{\triangle ABC} = \frac{11}{75} \quad \#$$



$$\overline{CF} = \frac{2}{5}\overline{CB} + \frac{3}{5}\overline{CA} = \frac{2}{5}(\overline{AB} - \overline{AC}) - \frac{3}{5}\overline{AC}$$

$$= \frac{2}{5}\overline{AB} - \overline{AC}$$

$$\overline{PF} = \overline{CF} - \overline{CP} = \frac{1}{25}\overline{AB} - \frac{1}{10}\overline{AC}$$

$$\text{又} \because \overline{PQ} : \overline{QC} = \overline{PE} : \overline{EC} = 11 : 16$$

$$\overline{FP} : \overline{PC} = 1 : 9$$

$$\therefore \overline{FP} : \overline{PQ} : \overline{QC} = 3 : 11 : 16$$

1. 一張答案稿紙只能寫一個题目的解答，投稿不同題，請分別寫在不同的答案稿紙，否則不予評閱。
2. 同一題如不敷書寫，勿書寫於背面，請寫在不同的答案稿紙，並標明頁數與總頁數，按頁數排序後用訂書機裝訂於左上角。
3. 答案稿紙上須註明投稿時間，投稿前須請數學科任一位教師在投稿時間上簽證，否則視為隔日上午7時半繳交。
4. 每題可分次投稿，唯以最末次投稿時間為準；同一題若重複投稿，評閱與投稿時間均以最後投稿為準。
5. 稿件寫完請投入數學科辦公室的有獎徵答收稿信箱。

高 二 組 第 二 次

班級：219

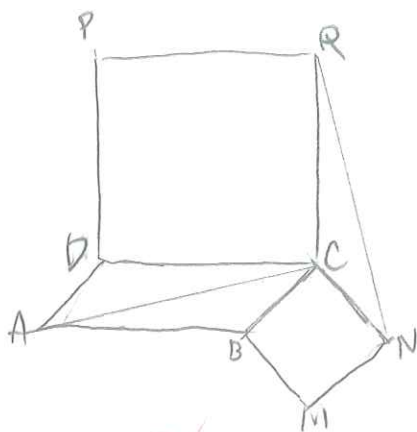
座號：29

姓名：鄭瀚

交件時間：104年12月10日上午8時4分（簽證教師：江青山）

第 三 題：

第 3 頁，共 3 頁



$$\therefore \overline{CN} = \overline{BC} \quad (\text{BCNM 為正方形})$$

$$\text{又} \because \overline{AD} = \overline{BC} \quad (\text{ABCD 為平行四邊形})$$

$$\therefore \overline{AD} = \overline{CN} \quad \textcircled{1}$$

$$\therefore \overline{DC} = \overline{CQ} \quad \textcircled{2} \quad (\text{CDPQ 為正方形})$$

$$\therefore \angle ADC = 180^\circ - \angle DCB \quad (\text{同位內角互補})$$

$$\begin{aligned} \angle QCN &= 360^\circ - \angle DCQ - \angle DCB - \angle BCN \\ &= 360^\circ - 90^\circ - \angle DCB - 90^\circ \\ &= 180^\circ - \angle DCB \end{aligned}$$

$$\therefore \angle ADC = \angle QCN \quad \textcircled{3}$$

由 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$, $\textcircled{3}$ 可知 $\triangle ACD \cong \triangle NQC$ (SAS)

$$\Rightarrow \angle ACD = \angle NQC \quad \text{設 } \angle ACD = \angle NQC = \theta$$

已知 $\overline{DC} \perp \overline{CQ}$

又 \overline{AC} 為 \overline{DC} 逆時針 θ 角度
 \overline{CN} 為 \overline{DC} 逆時針 θ 角度
 亦

故得證 $\overline{AC} \perp \overline{CN} \Rightarrow \overline{AC} \perp \overline{QN}$

1. 一張答案稿紙只能寫一個題目的解答，投稿不同題，請分別寫在不同的答案稿紙，否則不予評閱。
2. 同一題如不敷書寫，勿書寫於背面，請寫在不同的答案稿紙，並標明頁數與總頁數，按頁數排序後用訂書機裝訂於左上角。
3. 答案稿紙上須註明投稿時間，投稿前須請數學科任一位教師在投稿時間上簽證，否則視為隔日上午7時半繳交。
4. 每題可分次投稿，唯以最末次投稿時間為準；同一題若重複投稿，評閱與投稿時間均以最後投稿為準。
5. 稿件寫完請投入數學科辦公室的有獎徵答收稿信箱。