

國立新竹高中 104 學年度第一學期「竹籤算籌數學有獎徵答」題目

高一組 第二次

1. 投稿期限：104 年 12 月 08 日(二)上午 7 時半至 104 年 12 月 25 日(五)下午 5 時
2. 解答請寫在答案稿紙上，需標明「題號」且詳列過程(不限定數學工具或方法，無過程者不予評閱)，並務必註明「交件時間」、「班級」、「座號」、「姓名」。
3. 答案稿紙可至教務處或數學科辦公室索取，一張答案稿紙只能寫一個題目的解答，投稿不同題，請分別寫在不同的答案稿紙，否則不予評閱。
4. 答案稿紙上須註明投稿時間，投稿前須請數學科任一教師在投稿時間上簽證，否則視為隔日上午 7 時半繳交。
5. 每題可分次投稿，唯以最末次投稿時間為準；同一題若重複投稿，評閱與投稿時間均以最後投稿為準。
6. 稿件寫完請投入數學科辦公室的有獎徵答收稿信箱。

第一題：

設 n 次多項式 $P(x)$ 滿足 $P(k) = \frac{k}{k+1}$ ，其中 $k = 0, 1, 2, \dots, n$ ，求 $P(n+1) = ?$

第二題：

設 $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ 為整係數多項式，已知存在四個互異的整數 a, b, c, d 使得 $f(a) = f(b) = f(c) = f(d) = 2$ ，求證：方程式 $f(x) = 13$ 沒有整數根。

第三題：

設 a_n 是 $(1^2 + 2^2 + \dots + n^2)$ 的個位數字，證明： $0.a_1 a_2 \dots a_n \dots$ 為有理數。