

30

高 一 組 第 一 次

班級：117

座號：27

姓名：羅嵩皓

交件時間：104 年 11 月 5 日 下 午 15 時 0 分 (簽證教師：李俊坤)

第 1 題：

第 1 頁，共 5 頁

$\because a, b, c \in \mathbb{R}, abc > 0$

且不失一般性

\therefore 令 ① $a, b, c > 0$

② $a, b < 0, c > 0$

又 $\because a+b+c=0$

$\therefore a, b, c > 0$ 不符

$\Rightarrow a, b < 0, c > 0$

則 $x = \frac{a}{-a} + \frac{b}{-b} + \frac{c}{c}$

$= -1$

$y = a\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + b\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$

$+ c\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) - \frac{a}{a} - \frac{b}{b} - \frac{c}{c}$

$= \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)(a+b+c) - 3$

$\because a+b+c=0$

$\therefore y = -3$

$x = -1, y = -3$ 代入原式

$x^{2015} + 104xy + y^3$

$= (-1)^{2015} + 104 \cdot (-1) \cdot (-3) + (-3)^3$

$= 284$

✓
10

A: 284

1. 一張答案稿紙只能寫一個题目的解答，投稿不同題，請分別寫在不同的答案稿紙，否則不予評閱。
2. 同一題如不敷書寫，勿書寫於背面，請寫在不同的答案稿紙，並標明頁數與總頁數，按頁數排序後用訂書機裝訂於左上角。
3. 答案稿紙上須註明投稿時間，投稿前須請數學科任一教師在投稿時間上簽證，否則視為隔日上午7時半繳交。
4. 每題可分次投稿，唯以最末次投稿時間為準；同一題若重複投稿，評閱與投稿時間均以最後投稿為準。
5. 稿件寫完請投入數學科辦公室的有獎徵答收稿信箱。

高一組 第一次 班級：117 座號：27 姓名：羅嵩皓

交件時間：104 年 11 月 5 日 下午 15 時 0 分 (簽證教師：李裕中)

第 2 題：

第 2 頁，共 5 頁

$$\begin{cases} \frac{11}{6}z < x+y < 2z & \text{--- ①} \\ \frac{3}{2}x < y+z < \frac{5}{3}x & \text{--- ②} \\ \frac{5}{2}y < x+z < \frac{11}{4}y & \text{--- ③} \end{cases}$$

由 ④, ⑤：

則 $x > z > y$

①-②：

$$\frac{11}{6}z - \frac{5}{3}x < x - z < 2z - \frac{3}{2}x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{11}{6}z - \frac{5}{3}x < x - z \\ x - z < 2z - \frac{3}{2}x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 16x > 17z \\ 6z > 5x \end{cases}$$

故 $x > z$ --- ④

①-③：

$$\frac{11}{6}z - \frac{11}{4}y < y - z < 2z - \frac{5}{2}y$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{11}{6}z - \frac{11}{4}y < y - z \\ y - z < 2z - \frac{5}{2}y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 45y > 34z \\ 6z > 7y \end{cases} \text{ 故 } z > y \text{ --- ⑤}$$

A: $x > z > y$

1. 一張答案稿紙只能寫一個题目的解答，投稿不同題，請分別寫在不同的答案稿紙，否則不予評閱。
2. 同一題如不敷書寫，勿書寫於背面，請寫在不同的答案稿紙，並標明頁數與總頁數，按頁數排序後用訂書機裝訂於左上角。
3. 答案稿紙上須註明投稿時間，投稿前須請數學科任一教師在投稿時間上簽證，否則視為隔日上午7時半繳交。
4. 每題可分次投稿，唯以最末次投稿時間為準；同一題若重複投稿，評閱與投稿時間均以最後投稿為準。
5. 稿件寫完請投入數學科辦公室的有獎徵答收稿信箱。

高 一 組 第 一 次

班級：117 座號：27

姓名：羅嵩皓

交件時間：104 年 11 月 5 日 下 午 15 時 0 分 (簽證教師：李紹坤)

第 3 題：

第 3 頁，共 5 頁

①) 設 $g(x) = f(x) - x^3$, 則 $\deg g(x) \leq 3$ — ①

$$\begin{cases} g(a) = f(a) - a^3 = 0 \\ g(b) = f(b) - b^3 = 0 \\ g(c) = f(c) - c^3 = 0 \\ g(d) = f(d) - d^3 = 0 \end{cases}$$

∴ 可令 $g(x) = k(x-a)(x-b)(x-c)(x-d)$

則 $\deg g(x) = 4 > 0$ — ②

由 ①, ②:

$$\deg g(x) = 0$$

考慮 $g(x) = k(x-a)(x-b)(x-c)(x-d)$ 時

$$k=0 \Rightarrow g(x) = 0$$

$$\text{則 } g(x) = f(x) - x^3 = 0$$

$$\text{故 } f(x) = x^3$$

$$A: f(x) = x^3$$

1. 一張答案稿紙只能寫一個题目的解答，投稿不同題，請分別寫在不同的答案稿紙，否則不予評閱。
2. 同一題如不敷書寫，勿書寫於背面，請寫在不同的答案稿紙，並標明頁數與總頁數，按頁數排序後用訂書機裝訂於左上角。
3. 答案稿紙上須註明投稿時間，投稿前須請數學科任一教師在投稿時間上簽證，否則視為隔日上午7時半繳交。
4. 每題可分次投稿，唯以最末次投稿時間為準；同一題若重複投稿，評閱與投稿時間均以最後投稿為準。
5. 稿件寫完請投入數學科辦公室的有獎徵答收稿信箱。

高一組 第二次

班級：117

座號：27

姓名：羅嵩皓

交件時間：104年11月5日下午15時0分（簽證教師：李俊冲）

第3題：

第4頁，共5頁

(2)

$$\text{考慮 } h(x) = \frac{a^3}{-bcd} \times \frac{(x-b)(x-c)(x-d)}{(a-b)(a-c)(a-d)} + \frac{b^3}{-acd} \times \frac{(x-a)(x-c)(x-d)}{(b-a)(b-c)(b-d)} + \frac{c^3}{-abd} \times \frac{(x-a)(x-b)(x-d)}{(c-a)(c-b)(c-d)} \\ + \frac{d^3}{-abc} \times \frac{(x-a)(x-b)(x-c)}{(d-a)(d-b)(d-c)}$$

則 $h(0)$ 即為所求

$$\text{又令 } i(x) = \frac{x^4}{abcd} + h(x)$$

則 $i(a) = i(b) = i(c) = i(d) = 0$ ，且 $i(0) = h(0)$

$$\text{故 } i(x) = \frac{1}{abcd} (x-a)(x-b)(x-c)(x-d)$$

$$i(0) = \frac{1}{abcd} \times abcd = 1 = h(x) = \text{所求}$$

\Rightarrow 所求 = 1

✓ (10)

A: 1

1. 一張答案稿紙只能寫一個题目的解答，投稿不同題，請分別寫在不同的答案稿紙，否則不予評閱。
2. 同一題如不敷書寫，勿書寫於背面，請寫在不同的答案稿紙，並標明頁數與總頁數，按頁數排序後用訂書機裝訂於左上角。
3. 答案稿紙上須註明投稿時間，投稿前須請數學科任一教師在投稿時間上簽證，否則視為隔日上午7時半繳交。
4. 每題可分次投稿，唯以最末次投稿時間為準；同一題若重複投稿，評閱與投稿時間均以最後投稿為準。
5. 稿件寫完請投入數學科辦公室的有獎徵答收稿信箱。

高 一 組 第 一 次 班級：117 座號：27 姓名：羅崑皓

交件時間：104 年 11 月 5 日 下 午 15 時 0 分 (簽證教師：李益中)

第 3 題：

第 5 頁，共 5 頁

(3)
考慮 $j(x) = \frac{a^4}{-bcd} \times \frac{(x-b)(x-c)(x-d)}{(a-b)(a-c)(a-d)} + \frac{b^4}{-acd} \times \frac{(x-a)(x-c)(x-d)}{(b-a)(b-c)(b-d)} + \frac{c^4}{-abd} \times \frac{(x-a)(x-b)(x-d)}{(c-a)(c-b)(c-d)}$
 $+ \frac{d^4}{-abc} \times \frac{(x-a)(x-b)(x-c)}{(d-a)(d-b)(d-c)}$

則 $j(0)$ 即為所求

又令 $k(x) = \frac{x^5}{abcd} + j(x)$

則 $k(a) = k(b) = k(c) = k(d) = 0$ ，且 $k(0) = j(0)$

故令 $k(x) = \frac{1}{abcd} (x-a)(x-b)(x-c)(x-d)(x-A)$

$\therefore k(x)$ 其 x^4 項係數為 0

\therefore 由韋達定理

$a+b+c+d+A = -\frac{0}{\frac{1}{abcd}}$

$\Rightarrow A = -(a+b+c+d) = -3$

由 $k(0) = \frac{1}{abcd} \times -abcdA = -A$

故 $k(0) = -(-3) = 3 = j(0)$ 即為所求

10

A: 3

1. 一張答案稿紙只能寫一個题目的解答，投稿不同題，請分別寫在不同的答案稿紙，否則不予評閱。
2. 同一題如不敷書寫，勿書寫於背面，請寫在不同的答案稿紙，並標明頁數與總頁數，按頁數排序後用訂書機裝訂於左上角。
3. 答案稿紙上須註明投稿時間，投稿前須請數學科任一位教師在投稿時間上簽證，否則視為隔日上午7時半繳交。
4. 每題可分次投稿，唯以最末次投稿時間為準；同一題若重複投稿，評閱與投稿時間均以最後投稿為準。
5. 稿件寫完請投入數學科辦公室的有獎徵答收稿信箱。