

國立新竹高中 104 學年度第一學期「竹籤算籌數學有獎徵答」題目

高二組 第二次

1. 投稿期限：104 年 12 月 08 日(二)上午 7 時半至 104 年 12 月 25 日(五)下午 5 時
2. 解答請寫在答案稿紙上，需標明「題號」且詳列過程(不限定數學工具或方法，無過程者不予評閱)，並務必註明「交件時間」、「班級」、「座號」、「姓名」。
3. 答案稿紙可至教務處或數學科辦公室索取，一張答案稿紙只能寫一個題目的解答，投稿不同題，請分別寫在不同的答案稿紙，否則不予評閱。
4. 答案稿紙上須註明投稿時間，投稿前須請數學科任一位教師在投稿時間上簽證，否則視為隔日上午 7 時半繳交。
5. 每題可分次投稿，唯以最末次投稿時間為準；同一題若重複投稿，評閱與投稿時間均以最後投稿為準。
6. 稿件寫完請投入數學科辦公室的有獎徵答收稿信箱。

第一題：

(1) 給定兩個實數 a, b ，請利用柯西不等式，證明 $|a \sin \theta + b \cos \theta| \leq \sqrt{a^2 + b^2}$ ，並說明等號成立的條件為何？(4 分)

(2) 當 θ 為銳角，求 $\frac{8}{\sin \theta} + \frac{27}{\cos \theta}$ 的最小值。(7 分)

第二題：

在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BC} = 6$ ， $\overline{CA} = 4$ ，設 $\angle C$ 的平分線和 \overline{AC} 上的高相交於 P 點，也和 \overline{AC} 的中垂線相交於 Q 點。

(1) 若 $\overrightarrow{AP} = x \overrightarrow{AB} + y \overrightarrow{AC}$ ，求 x, y 的值。(5 分)

(2) 求 $\frac{\triangle APQ \text{面積}}{\triangle ABC \text{面積}}$ 的值。(6 分)

第三題：

自平行四邊形 $ABCD$ 兩邊 \overline{BC} 、 \overline{CD} 分別向外作正方形

$BCNM$ 與 $CDPQ$ ，如右圖。求證： $\overline{AC} \perp \overline{QN}$ 。(8 分)

