

高二組 第一次 班級：216 座號：5 姓名：李允中

交件時間：104年11月2日上午7時30分 (簽證教師：連志仁)

第二題： 第2頁，共2頁

$g_5(x) =$

$$\begin{aligned} \sin 5\theta &= \sin(3\theta + 2\theta) = \sin 3\theta \cos 2\theta + \cos 3\theta \sin 2\theta \\ &= (3\sin\theta - 4\sin^3\theta)(1 - 2\sin^2\theta) + (4\cos^3\theta - 3\cos\theta) \cdot 2\sin\theta \cos\theta \\ &= 3\sin\theta - 6\sin^3\theta - 4\sin^3\theta + 8\sin^5\theta + 8\sin\theta \cos^2\theta - 6\sin\theta \cos^2\theta \\ &= 8\sin^5\theta - 10\sin^3\theta + 3\sin\theta + 8\sin\theta(1 - \sin^2\theta)^2 - 6\sin\theta(1 - \sin^2\theta) \\ &= 8\sin^5\theta - 10\sin^3\theta + 3\sin\theta + 8\sin\theta - 16\sin^3\theta + 8\sin^5\theta - 6\sin\theta + 6\sin^3\theta \\ &= 16\sin^5\theta - 20\sin^3\theta + 5\sin\theta \end{aligned}$$

$\therefore g_5(x) = 16x^5 - 20x^3 + 5x \quad \# \quad \text{取 } \theta = 90^\circ - \theta'$

補充 = 若 $f_5(x)$ 已知 $\Rightarrow f_5(\cos\theta) = \cos 5\theta \Rightarrow f_5(\cos(90^\circ - \theta')) = \cos 5(90^\circ - \theta')$
 $\Rightarrow f_5(\sin\theta) = \cos(450^\circ - 5\theta') = \sin 5\theta$
 $\therefore g_5(x) = f_5(x) \quad \#$

3.5 已知 $\begin{cases} \cos 2015\theta = f_{2015}(\cos\theta) \quad \dots ① \\ \sin 2015\theta = g_{2015}(\sin\theta) \quad \dots ② \end{cases}$ 其中 θ 為任意有向角

取 ① 式中 $2\theta = 90^\circ - \theta'$
 $\Rightarrow \cos 2015(90^\circ - \theta') = f_{2015}(\sin\theta')$
 $\Rightarrow \cos(90^\circ - 2015\theta') = f_{2015}(\sin\theta')$
 $\Rightarrow \sin(-2015\theta') = f_{2015}(\sin\theta')$, 其中 θ' 亦為任意有向角

即 $f_{2015}(\sin\theta) = \sin(-2015\theta)$
 $= g_{2015}(\sin\theta)$, 其中 θ 為任意有向角
 $= g_{2015}(-\sin\theta)$

由多項式相等可得知 $f_{2015}(x) = g_{2015}(-x)$

$\therefore f_{2015}(104) - g_{2015}(-104) = g_{2015}(-104) - g_{2015}(-104) = 0 \quad \#$

1. 一張答案稿紙只能寫一個题目的解答，投稿不同題，請分別寫在不同的答案稿紙，否則不予評閱。
2. 同一題如不敷書寫，勿書寫於背面，請寫在不同的答案稿紙，並標明頁數與總頁數，按頁數排序後用訂書機裝訂於左上角。
3. 答案稿紙上須註明投稿時間，投稿前須請數學科任一教師在投稿時間上簽證，否則視為隔日上午7時半繳交。
4. 每題可分次投稿，唯以最末次投稿時間為準；同一題若重複投稿，評閱與投稿時間均以最後投稿為準。
5. 稿件寫完請投入數學科辦公室的有獎徵答收稿信箱。